ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ LOGIKE
RJEŠENJA

12. ožujka 2014.

BODOVI:

- POTPUNO ISPRAVNO RJEŠENJE:
  - SVI ZADACI: **3 BODA**
- IZOSTANAK RJEŠENJA:
  - SVI ZADACI: **1 BOD**
- POGREŠNO ILI NEPOTPUNO RJEŠENJE: **0 BODOVA**

NAPOMENA:

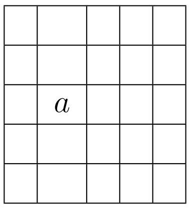
Pažljivo pročitajte zadatke i provjerite po broju bodova da niste nešto zaboravili. Sretno!

ZADATAK	**BROJ BODOVA**	**MAX BODOVA**
1.	$\times$	27
2.	$\times$	15
3.	$\times$	57
4.	$\times$	21
5.	$\times$	42
6.	$\times$	48
7.	$\times$	18
8.	$\times$	36
UKUPNO	$\times$	**264**

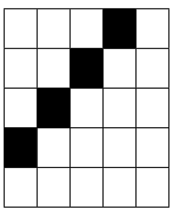
Zadatak 1. (bodovi: $9 \times 3 = 27$)

Podzadatak 1.a:

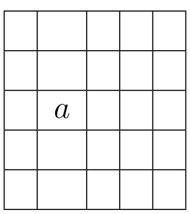
1. $\forall x(\exists n(x \nearrow^n a \vee a \nearrow^n x) \rightarrow Tx)$



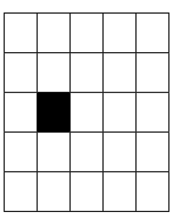
Rješenje:



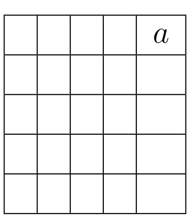
2. $\forall x(\exists n(a \downarrow^n x \wedge a \nearrow^n x) \rightarrow Tx)$



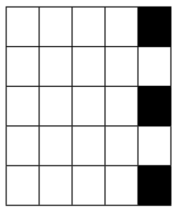
Rješenje:



3. $Ta \wedge \forall x \forall y(Tx \rightarrow (x \downarrow^2 y \rightarrow Ty))$



Rješenje:



Podzadatak 1.b: Točno rješenje: *Sve formule koje koriste* $x \to^n y$ *imaju ekvivalentnu formula koja koristi samo* $x \downarrow^n y$ *i* $x \nearrow^n y$.

Zadatak 2. (bodovi: $5 \times 3 = 15$)

1. Svi predmeti su brojevi: $B(0) \wedge B(1)$
2. Barem jedan predmet je broj: $B(0) \vee B(1)$
3. Ili je jedan predmet broj, ili je drugi predmet broj, ali ne oboje: $\neg(B(0) \leftrightarrow B(1))$
4. Niti jedan predmet nije broj: $\neg(B(0) \vee B(1))$
5. Nisu svi predmeti brojevi: $\neg(B(0) \wedge B(1))$

Napomena uz zadatak 2.: *U ovim rješenjima je napisana jedna (najčešća i najjednostavnija) varijanta rješenja za svaki podzadatak. Osim ovih, priznaju se i sva rješenja koja su ekvivalentna ovim rješenjima (preko De Morganovih pravila).*

Zadatak 3. (bodovi: $19 \times 3 = 57$)

Podzadatak 3.a:

1. *FIDO JE DOBAR PAS*
2. *FIDO JE DOBAR FIDO*
3. *FIDO JE PAS*
4. *FIDO JE FIDO*

5. *PAS JE DOBAR PAS*
6. *PAS JE DOBAR FIDO*
7. *PAS JE PAS*
8. *PAS JE FIDO*

Podzadatak 3.b:

1. *FIDO JE DOBAR PAS*
2. *FIDO JE DOBAR FIDO*
3. *PAS JE DOBAR PAS*
4. *PAS JE DOBAR FIDO*

Podzadatak 3.c:

1. *FIDO JE DOBAR PAS*
2. *FIDO JE DOBAR FIDO*
3. *PAS JE DOBAR PAS*
4. *PAS JE DOBAR FIDO*

Podzadatak 3.d:

1. Pravilo (1)
2. Pravilo (2)
3. Pravilo (3)
4. Pravilo (8)

Zadatak 4. (bodovi: $7 \times 3 = 21$)

1. $\Gamma = \{P \wedge Q, \neg Q \wedge R\}$ nezadovoljiv
2. $\Gamma = \{P \wedge \neg P, \neg P \vee P\}$ nezadovoljiv

3. $\Gamma = \{(P \to P) \to P, P \to (P \to P)\}$ zadovoljiv

4. $\Gamma = \{((P \to P) \to P) \to P, P \to (P \to (P \to P))\}$ valjan

5. $\Gamma = \{((P \to Q) \to P) \to P, (P \to P) \to P\}$ zadovoljiv

6. $\Gamma = \{(P \land \neg P) \to R, R \to (P \lor \neg P)\}$ valjan

7. $\Gamma = \{P \to \neg P, \neg P \to P\}$ nezadovoljiv

Zadatak 5. (bodovi: $14 \times 3 = 42$)

1	$\mid\ \forall x Px \to \exists y \forall x Qxy$	pretp.
2	$\mid\ \mid\ \neg\exists y \forall x Qxy$	pretp.
3	$\mid\ \mid\ \mid\ \forall x Px$	pretp.
4	$\mid\ \mid\ \mid\ \exists y \forall x Qxy$	1, 3/ i$\to$
5	$\mid\ \mid\ \mid\ \neg\exists y \forall x Qxy$	2/ op.
6	$\mid\ \mid\ \neg\forall x Px$	3–5/ i$\neg$
7	$\mid\ \neg\exists y \forall x Qxy \to \neg\forall x Px$	3–5/ i$\neg$
8	$(\forall x Px \to \exists y \forall x Qxy) \to (\neg\exists y \forall x Qxy \to \neg\forall x Px)$	1–7/ u$\to$

Zadatak 6. (bodovi: $16 \times 3 = 48$)

1	$\mid\ (P \to P) \to P$	pretp.
2	$\mid\ \mid\ \neg P$	pretp.
3	$\mid\ \mid\ \mid\ P$	pretp.
4	$\mid\ \mid\ \mid\ P$	3/ op.
5	$\mid\ \mid\ P \to P$	3–4/ u$\to$
6	$\mid\ \mid\ P$	1, 5/ i$\to$
7	$\mid\ \mid\ \neg P$	2/ op.
8	$\mid\ P$	2–7/ i$\neg$
9	$((P \to P) \to P) \to P$	1–8/ u$\to$

Zadatak 7. (bodovi: $6 \times 3 = 18$)

1. Za bilo koji operator (n-arni operator za bilo koji n), moguće je koristeći samo standardne binarne operatore i negaciju zapisati formulu čija istinitosna tablica ima jednake vrijednosti kao i tablica tog operatora.<u>DA</u>
2. S bilo kojim ternarnim operatorom moguće je zapisati bilo koji binarni operator. <u>NE</u>
3. S bilo kojim ternarnim operatorom moguće je zapisati bilo koji operator (ne samo bilo koji binarni).<u>NE</u>
4. S nekim je ternarnim operatorom moguće zapisati bilo koji binarni operator.<u>DA</u>
5. S nekim je ternarnim operatorom moguće zapisati bilo koji operator (ne samo bilo koji binarni).<u>DA</u>
6. Za svaki n, postoji n-arni operator pomoću kojeg je moguće zapisati bilo koji operator.<u>DA</u>

Zadatak 8. (bodovi: $12 \times 3 = 36$)

Podzadatak 8.a:

1. Va $\underline{50\%}$
2. $\forall x Zx$ $\underline{6\%}$
3. $\forall x Zx \wedge \exists x Vx$ $\underline{6\%}$
4. $\forall x (Zx \leftrightarrow Vx)$ $\underline{6\%}$
5. $Zd \to (\exists x Zx \leftrightarrow (\exists x Vx \leftrightarrow \neg \forall x \neg Vx))$ $\underline{100\%}$

Podzadatak 8.b:

1. Ako dvije formule imaju jednaku vjerojatnost, to su iste formule. <u>NE</u>

2. Ako dvije formule imaju jednaku vjerojatnost, to su logički ekvivalentne formule. <u>NE</u>

3. Ako su dvije formule logički ekvivalentne, tada im je jednaka vjerojatnost. <u>DA</u>

4. Ako znamo da su F i $F \to G$ istinite, tada je vjerojatnije da G nego da $\neg G$. <u>DA</u>

5. Ako znamo da su F i $F \to G$ istinite, tada je jednako vjerojatno ili vjerojatnije da G nego da $\neg G$. <u>DA</u>

6. Ako znamo da su G i $F \to G$ istinite, tada je vjerojatnije da F nego da $\neg F$. <u>NE</u>

7. Ako znamo da su G i $F \to G$ istinite, tada je jednako vjerojatno ili vjerojatnije da F nego da $\neg F$. <u>DA</u>